

NF と熱雑音の話

NF(Noise Figure；雑音指数)は受信機の感度に大きな影響を与えるパラメータです。業務で関係される方も多いのではないかと思います。筆者もその一人ですが、まず初めに、訳が分からなくて困惑した経験から紹介し、その後に NF と熱雑音にまつわる話をしたいと思います。

まず NF の定義は以下の左側の式で行われることが多いかと思いますが、計算し易いよう、右側の形に変形しておきます。

$$NF = 10 \log \frac{S_{in} / N_{in}}{S_{out} / N_{out}} \Rightarrow = 10 \log \frac{S_{in} \times N_{out}}{S_{out} \times N_{in}} \dots\dots\dots (1)$$

S_{in} ：入力信号電力 N_{in} ：入力雑音電力 S_{out} ：出力信号電力 N_{out} ：出力雑音電力

アンプの NF の場合、図で表現すると図 1 のように書くことができます。

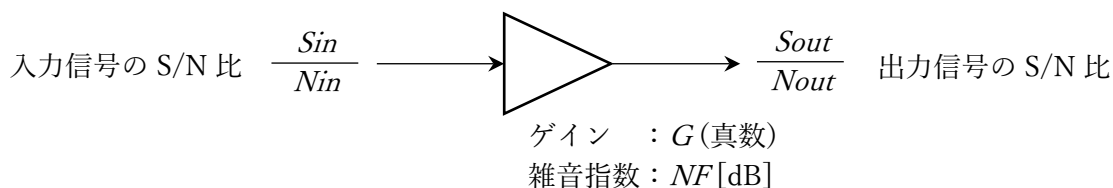


図 1 アンプの NF

ここで、出力信号電力はゲインが G なので $S_{out} = G \times S_{in}$ となります。また出力雑音電力は入力雑音の G 倍に、アンプで付加される雑音電力、 N_{add} を合計して $N_{out} = G \times N_{in} + N_{add}$ と表せます。これらを (1) の右側の式に代入してみると、途中の計算は省略しますが次のようになります。

$$NF = 10 \log \frac{S_{in} \times N_{out}}{S_{out} \times N_{in}} = 10 \log \left(1 + \frac{N_{add}}{G \times N_{in}} \right) \dots\dots\dots (2)$$

さて NF は入力信号のレベルによらない一定値のはずなので、そのためには (2) 式の $\frac{N_{add}}{G \times N_{in}}$ も一定値でなければなりません。となると入力雑音 N_{in} が増えると付加雑音 N_{add} も増えることに ???

入力が、信号だろうが雑音だろうがアンプから見れば単なる電気信号の変化。それを雑音だけ切り分けて増減を判定し付加雑音を変えろとはアンプってなんてすごいんだ！。。。とまではさすがに思わなかったものの、頭の中は疑問でいっぱいでした。それを解決してくれたのはある文献です。そこには N_{in} の代わりに、熱雑音を表す式が書かれていました。つまり RF においては N_{in} とは熱雑音なのです（低周波では $1/f$ 雑音などもあります）。これを見てようやく RF での NF というのは熱雑音のレベルを基準として、それに対してどれだけ雑音が増えるかを示す指標なのだと理解することが出来ました。

この辺りをもう少し説明しましょう。計算を分かり易くするため(1)式において、 $NF(\text{dB})$ ではなく NF の真値、 F を使います。このため(1)式の $10\log$ を外します。また熱雑音を $N_T(=kTB)$ とおきます。入力雑音 N_{in} は上述の通り熱雑音なので、(1)式は次のように表せます。

$$F = \frac{S_{in} \times N_{out}}{S_{out} \times N_{in}} = \frac{S_{in} \times N_{out}}{(G \times S_{in}) \times N_T} = \frac{N_{out}}{G \times N_T} = \frac{G \times N_T + N_{add}}{G \times N_T} \dots\dots\dots (3)$$

(3)の右から2番目の式で、分母の $G \times N_T$ は入力の熱雑音がアンプで G 倍されて出力に現れたものです。 N_{out} は出力における全雑音電力ですから、この式から、出力の雑音電力が熱雑音由来の電力の何倍になるかを示したものが F だということが分かります。

(3)の最後の式から、アンプで付加される雑音電力 N_{add} が熱雑音由来の $G \times N_T$ と同じレベルになる場合は、分子は $G \times N_T + G \times N_T = 2G \times N_T$ となるので $F=2$ 、従って $10\log$ を取ると $NF = 10\log 2 = 3\text{dB}$ ということになります。また N_{add} が $G \times N_T$ の3倍のレベルなら分子は $4G \times N_T$ となるので $F=4$ 、従って $10\log$ を取ると $NF = 10\log 4 = 6\text{dB}$ ということになります。

ところで熱雑音とは抵抗体の中の電子が熱によって不規則に運動する(=不規則に電流が流れる)ことにより発生する雑音で、「全周波数帯域に渡りレベルが一定」、「雑音電力は絶対温度に正比例する」という性質があります。終端した場合の雑音電力 P_n を式で書くと次の通りです。

$$P_n = 10 \log (kTB) \text{ [dBW]} = 10 \log (kTB \times 10^3) \text{ [dBm]} \dots\dots\dots (4)$$

k : ボルツマン定数 $1.38 \times 10^{-23} [\text{J/K}]$ T : 絶対温度 $[\text{K}]$ B : 周波数帯域幅 $[\text{Hz}]$

熱雑音がどれくらいのものか、例を挙げて試算してみましょう。

最近の無線通信では 100MHz 程度の帯域幅を使うことも多いので、 $T=290[\text{K}] (=17^\circ\text{C})$ 、 $B=100[\text{MHz}]$ 、また dBm 単位となるよう k の指数を -20 乗で計算すると、

$$P_n = 10 \log (1.38 \times 10^{-20} \times 290 \times 100 \times 10^6) = -94.0 [\text{dBm}]$$

帯域幅が 100MHz くらいになって来ると、結構な大きさの雑音になります。次に LPWA のように例えば信号帯域幅が 100Hz 程度の場合の熱雑音は、

$$P_n = 10 \log (1.38 \times 10^{-20} \times 290 \times 100) = -154.0 [\text{dBm}]$$

当然ですが帯域幅が 100MHz 時と比べて大幅に小さな値です。このように信号が通過する帯域幅が狭いとそこで発生する熱雑音も小さいので、同じ送信電力でも SN 比を大きく取れます。従って遠くまで飛びます。

Vol.2 で「LPWA は通信速度を非常に低く抑えることで、低消費電力ながら長距離伝送を実現した方式」と書いていますが、通信速度と信号帯域幅はシャノンの定理から概ね比例するので、

通信速度低 → 信号帯域幅狭 → 帯域内の熱雑音小 → SN 比大 → よく飛ぶ

ということが理論的にも説明出来ます。(注: 周波数拡散方式では、逆拡散後の帯域幅で考える必要があります)

NF に関してよく言われるのは、「アンプ初段の NF は小さくすることが重要」ということです。それを説明するのが、アンプを多段接続したときの総合 NF を求める次の式です。ここで、 F_n は NFn [dB] の、 F_t は総合 NF の真数値、 G_n はゲインの真数値を表します。

$$F_t = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 \times G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 \times G_2 \times \dots \times G_{n-1}} \dots \dots \quad (5)$$

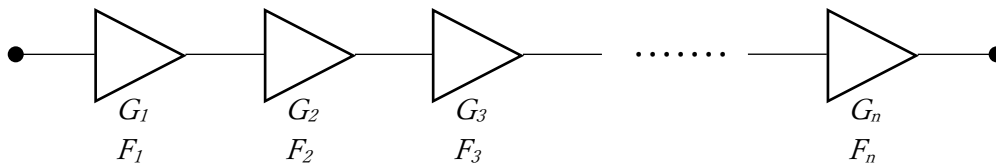


図2 多段接続アンプの G と NF

式(5)の通り 2 段目以降の NF は全てゲインで割ってから総合 NF に加算されるため、ゲインさえあれば F_1 より小さな値になります。このため総合 NF にとって支配的なのは F_1 、即ち初段の NF だということが分かります。

但しここで注意が必要なのは、途中でレベルを大きく落とすような要因、例えば減衰量の大きいフィルタとか、ゲイン調整用のアッテネータなどのせいで総合 NF を大きく劣化させるような箇所が無い吗？です。

例えば図 3 のようにアンプ 2 段で増幅した後、両者のゲインの和と同じアッテネーションが入ると信号レベルは初段の入力と同じになって、アンプ 3 の NF がストレートに効いてきます。これを式(5)で確認すると右辺 3 項目の式の分母が $G_1 \times G_2 \div \text{ロス} \rightarrow 1$ になってしまうので、 $F_3 > F_1$ なら NF が劣化することです。このようにレベルダイヤが途中で入力レベルに近づく、さらには下回る場合は無視できない NF の劣化が生じるため、十分な注意が必要です。

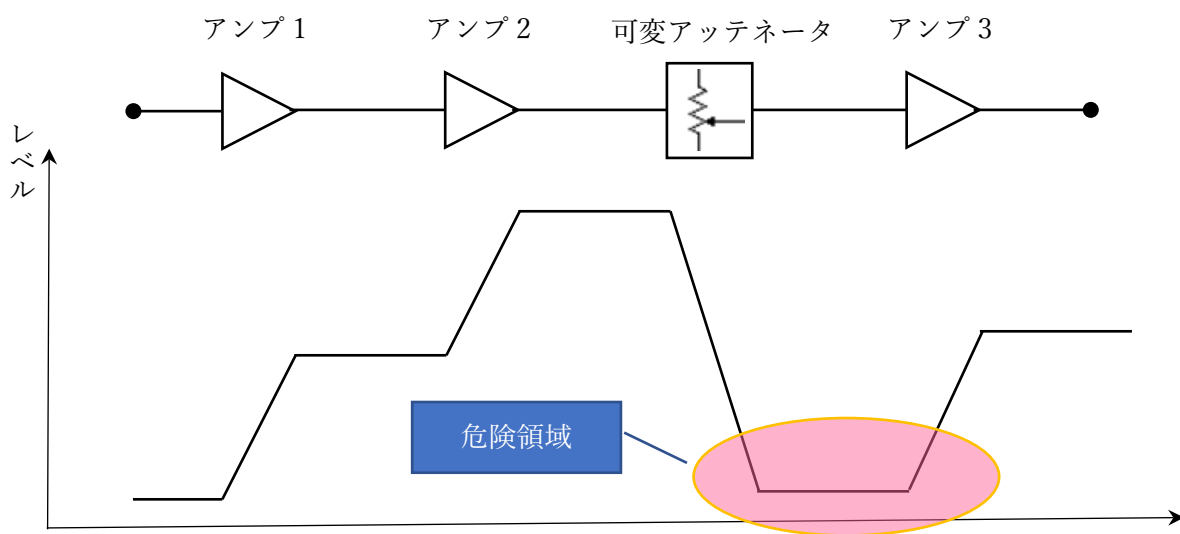


図3 NF に影響するレベルダイヤの例

レベルについては通常の測定時にも注意が必要です。例えば基地局エミュレータと端末エミュレータを接続して最大スループット試験を行う場合を例に取ります。基地局出力は -50dBm 、帯域幅は 100MHz で基地局エミュレータと端末エミュレータの間には2分配器が2個と 15dB のアッテネータが1個、合計 21dB のロスがあるものとします。

このとき端末エミュレータの入力レベルは $-50 - 21 = -71\text{dBm}$ です。また端末エミュレータにおける入力雑音は帯域幅が 100MHz なので、先に計算した通り -94dBm です。このため端末エミュレータの入力におけるS/N比は $-71 - (-94) = 23\text{dB}$ 、また端末エミュレータのNFが 5dB だとすると端末エミュレータの内部でのS/N比は $23 - 5 = 18\text{dB}$ に低下します。

最大スループット試験なのでMCS(Modulation and Coding Scheme)は変調多値数が多く(64QAMや256QAM等)、符号化率も高いものが想定されるため、その場合のS/N比は少なくとも20数dBは必要です。このため最大スループット試験をしてもエラーが出て導通しないか、AMC(Adaptive Modulation and Coding; 適応変調)でスループットが低いMCS(=低S/N比でも導通するMCS)が選ばれて所望のスループットが出ないという事態になります。

この例のように比較的低い挿入損失でもS/N比が不足する場合がありますので、特に近年のように当たり前のように 100MHz 帯域幅が使われ、熱雑音が大きくなる状況では、ぜひご注意ください。

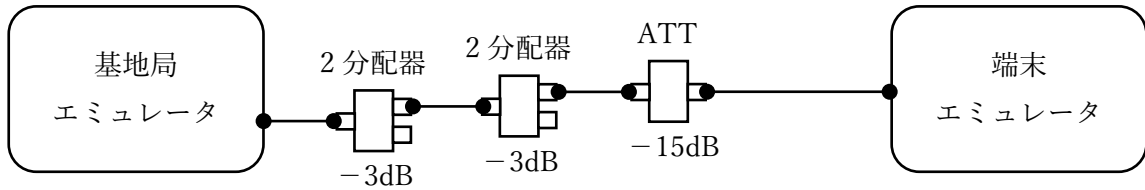


図4 SN劣化の例